В печать! Адл

Особенности изопериметрической задачи

Адлай С. Ф.

ВЦ РАН, Москва

SemjonAdlaj@gmail.com

Две задачи – "задача Дидоны" о форме кривой заданной длины, максимизирующей площадь, ограниченной этой кривой и заданной прямой, и задача о форме цепной линии (нити) в однородном силовом поле считаются классическими изопериметрическими задачами. Однако ни та, ни другая задача не является подлинно изопериметрической [1] в том смысле, что форма кривой, будучи полуокружностью для первой задачи и гиперболическим косинусом для второй, не зависит от длины искомой кривой. Примером подлинно изопериметрической задачи может послужить задача о равновесии нити в линейном параллельном силовом поле [2], где равновесная форма нити между двумя закреплёнными её концами зависит от её длины. Аппель [3] рассмотрел такую задачу для нити, концы которой закреплены на заданной оси, и подверженной силе отталкивания от этой оси, пропорциональной расстоянию до неё, и показал, что решение этой задачи неединственно. Первое исследование устойчивости для этой задачи провёл Пожарицкий [4], показавший, что среди счётно бесконечного множества решений найденных Аппелем лишь одно устойчиво. Геометрический подход к исследованию устойчивости в том случае, когда закреплённые концы нити не предполагаются лежащими на оси исчезновения сил, был предложен в работе [5]. Построение функции сопряжённости [6] сводится к построению кривой сопряжённости – кривой пересечения поверхности, представителя параметризованного семейства поверхностей, вложенных в трёхмерное евклидово пространство, с огибающей семейства поверхностью. Такое построение опирается на наличие сингулярности у представителя семейства, не разрушающейся при его "шевелении". Такая сингулярность именуется зонтиком Уитни [7]. С целью построения функции сопряжённости, для предложенной задачи, будет преодолён трудоёмкий этап этого построения, заключающийся в вычислении скобки Пуассона от функций, одна из которых эллиптическая (параметризующая расстояние элемента нити до оси), а другая псевдоэллиптическая (параметризующая длину нити).

Список литературы

[1] Forsyth A. R. Calculus of variations. London: Cambridge University Press, 1927. 656 p.

[2] Adlaj S. Tether equilibria in a linear parallel force field // 4th IYR Workshop on Geometry, Mechanics and Control. Ghent, Belgium, 2010. http://www.wgmc.ugent.be/adlaj.pdf (23 pages).

[3] Appell P. & Lacour E. Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications. Paris: Gauthier-Villars, 1897.

[4] Пожарицкий Г. К. Устойчивость равновесий механических систем, включающих гибкую нерастяжимую нить // Прикладная математика и механика, том 37, № 4, 1973. С. 647-658.

[5] Адлай С. Ф. Исследование устойчивости равновесных форм нити в окрестности спутника на круговой орбите // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, том 1, № 4 (2), 2011. С. 27-28.

[6] Leighton W. The conjugacy function. http://www.ams.org/journals/proc/1970-024-04/S0002-9939-1970-0257464-7/S0002-9939-1970-0257464-7.pdf. P. 820-823.

[7] Арнольд В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Редакция журнала "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. 400 с.