Преподавание математики в школе как универсального языка науки. Конкретные показательные примеры.

А.Ф. Телегина и С.Ф. Адлай

Вся наука – это либо физика, либо коллекционирование марок.[1]

Эрнест Резерфорд

Успех советской математической школы основывался на незыблемой вере в связь математики с приложениями. Попытки реформ школьного образования, которые отклонялись от идеологических основ, выявлялись и подвергались жёсткой критике. Так, в журнале «Коммунист», 1980, № 14, Л.С. Понтрягин (1908-1988) писал о реформе курса школьной математики в сторону чрезмерной формализации, затеянной в 1967 году под предводительством А.Н. Колмогорова: «С большой досадой приходится констатировать, что вместо того, чтобы прививать учащимся практические умения и навыки в использовании обретаемых знаний, учителя подавляющую часть учебного времени тратят на разъяснение смысла вводимых отвлечённых понятий, трудных для восприятия в силу своей абстрактной постановки, никак не «стыкующихся» с собственным опытом детей и подростков, не способствующих развитию их математического мышления и, главное, ни для кого не нужных.» К сожалению, «реформа» образования, против которой восстал и Ю.И. Мерзляков (1940-1995), продолжилась [2], и нам теперь предстоит восстановить утраченные высокоэффективные подходы к обучению математике уже в нынешних условиях широкой цифровизации образования.

1 Истоки математики и цели её преподавания в школе

Накопленный опыт преподавания математики в нашей стране и за её пределами показал преимущество подхода к математике, при котором она рассматривается не как обособленная изолированная дисциплина, а как язык науки. Основным источником фундаментальных «математичеких понятий» была и остаётся физика. Мы утверждаем, что выявление такого родства математики с физикой, олицетворяющей науку в целом, способствует существенному повышению эффективности изучения как математики, так и физики, в широком смысле. Наше утверждение будет подкреплено конкретными примерами. Мы надеемся, что благодаря современным средствам распространения новой и актуальной информации в образовании, широкое обсуждение предложенных примеров сможет быть вскоре продолжено. Они должны побудить к поиску как новых примеров, так и новых способов их внедрения в образовательные программы как общеобразовательных, так и специализированных физико-математических школ.

2 Земля и Солнце

Астрономию по праву следует считать прародительницей наук. Именно в ней зародилась физика как наука о законах природы, и математика как универсальный язык науки. Тщательное описание годового пути Солнца по звёздному небу позволило выявить «предварение равноденствий», обусловленное расхождением звёздного года, продолжительностью около 365 дней, 6 часов и 9 минут, с тропическим,

[1]“All science is either physics or stamp collecting”. Цитата из *Rutherford at Manchester.* J. B. Birks, Ed. Heywood, London, 1962.

продолжительностью около 365 дней, 5 часов и 49 минут. Применяемый в наши дни григорианский календарь соответствует тропическому году,[2] и потому времена года не перемещаются по календарю, как порой принято считать.[3]

2.1 С какой стороны света восходит Солнце на полюсе Земли?

Верный ответ на вопрос о восходе Солнца на полюсе Земли не требует никаких сведений из астрономии! И в этом смысле является образцовым вопросом «математической» логики. Лишь после ответа на него можно уточнить, что восход Солнца и соответствующее ему начало полярного дня на северном полюсе Земли начинается в весеннее равноденствие, достигая «высшей точки» в летнем солнцестоянии. Конец полярного дня в осеннее равноденствие на северном полюсе становится началом полярного дня на (противоположном) южном полюсе Земли.

2.2 Какова доля светового дня на экваторе Земли?

Ежели пренебречь разницей (около 4 минут) между солнечными и звёздными сутками и учитывать лишь собственное вращение Земли, то экватор Земли становится территорией вечного равноденствия. Следует ли из этого, что на экваторе Земли Солнце всегда восходит на востоке и заходит на западе? А ежели нет, то следует ли, что (хотя бы) на экваторе Земли каждый восход и последующий закат Солнца происходит, соответственно, на двух «диаметрально» противоположных друг другу точках горизонта?

3 Электростатическое и магнитостатическое поле

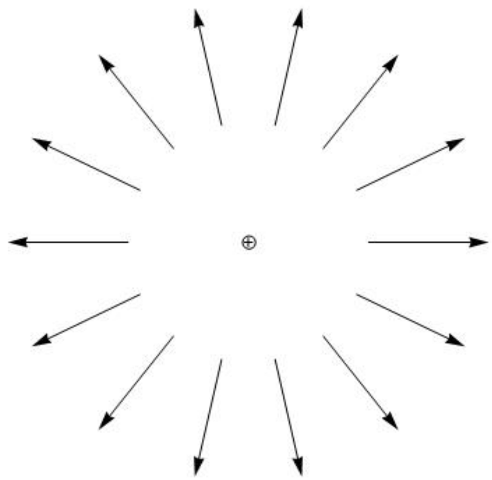
В учебниках физики электростатическое поле, исходящее от фиксированного заряда, моделируется дивергентным (безвихревым) полем, в то время как магнитостатическое поле, исходящее от провода, в котором протекает постоянный ток, моделируется «чисто» вихревым полем. Удивительно, что и по сей день учебники умалчивают причину такого фундаментального различия в природе электростатического и магнитостатического поля. Тем не менее такое моделирование электростатического и магнитостатического поля, соответственно, дивергентным и вихревым векторным полем может (и должно) быть основано на фундаментальных законах логики, не требующих никаких предварительных сведений об электромагнетизме. Достаточно ввести аксиомы существования двух возможных «противоположных друг другу» знаков «точечного заряда» и существования двух возможных «противоположных друг другу» направлений «тока в проводе». Начнём с пояснения того, что электростатическое поле должно быть именно дивергентным. Если мы условимся считать, что электростатическое поле, исходящее от положительного точечного заряда, направлено (радиально) от него, то электростатическое поле, исходящее от отрицательного заряда, будет направлено (радиально) к заряду. Электростатическое поле, исходящее от точечного заряда, может иметь только радиальную составляющую, ибо иная (ортогональная к радиальной) составляющая не может быть определена однозначно.[4] Перейдём к пояснению того, что магнитостатическое поле, исходящее от «бесконечно малого» участка провода, в котором протекает постоянный ток, не может быть направлено радиально от провода или к проводу. Такое магнитное поле должно иметь составляющую, строго ортогональную радиальному направлению. Любая радиальная составляющая не может быть задана однозначно, так как она будет зависить от направления тока относительно наблюдателя.[5] Никаких логических противоречий не возникает, если считать, что направление магнитостатического поля задаётся «правилом правой (или левой) руки». Итог наших умозаключений можно продемонстрировать схематически.

[2] В частности, 2100 год не станет високосным.

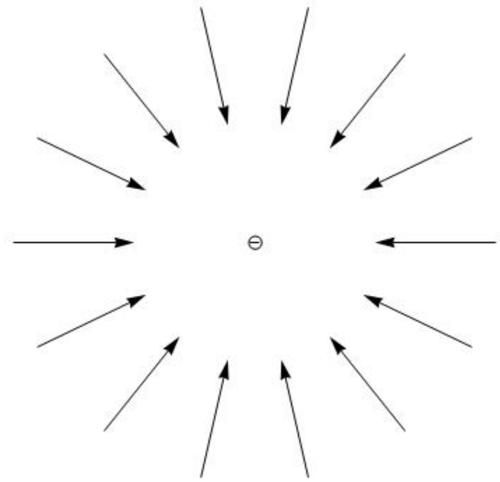
[3] При этом в 2003 году весеннее равноденствие наступило 21 марта в 01:00 (по Гринвичу), а в 2044 году наступит 19 марта в 23:20 (по Гринвичу).

[4] Направление такой нерадиальной составляющей зависело бы не только от знака заряда, но и от расположения заряда относительно наблюдателя. В советской физматшколе (справедливо) подчёркивалось бы, что появление нерадиальной составляющей противоречит учению о диалектическом материализме, согласно которому «материя есть философская категория для обозначения объективной реальности, которая дана человеку в ощущениях его, которая копируется, фотографируется, отображается нашими ощущениями, существуя независимо от них» [1].

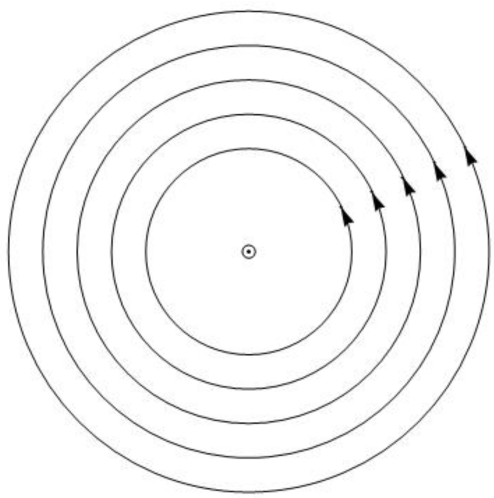
[5] Выражаясь формально, можно сказать, что такая составляющая не может быть определена как тензорная величина.



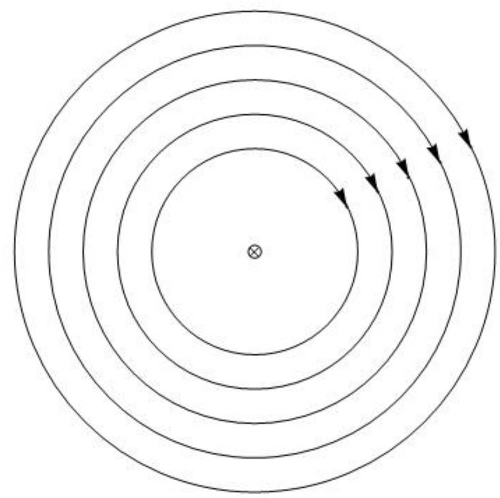
Электростатическое поле, порождённое положительным точечным зарядом



Электростатическое поле, порождённое отрицательным точечным зарядом



Магнитостатическое поле, порождённое направленным к наблюдателю постоянным электрическим током



Магнитостатическое поле, порождённое направленным от наблюдателя постоянным электрическим током

4 Свободные и связанные вектора

4.1 В чём фундаментальное отличие вектора линейной скорости от вектора угловой скорости?

На школьных занятиях по физике вектор традиционно определяется как «направленный отрезок», который (исчерпывающе) характеризуется своим «модулем» и направлением. Однако даже на первых двух примерах, когда сила и (линейная) скорость приводятся как «классические» векторные величины, то становится уместным подчеркнуть, что ни сила, ни скорость не могут быть определены без указания точки «приложения» подобных векторных величин. Другими словами, и сила, и скорость не являются (свободными) векторными величинами. С другой стороны, угловая скорость может стать более успешным примером (свободной) векторной величины. Точнее сказать, угловая скорость вращения колеса машины с точки зрения наблюдателя на дороге совпадает как по модулю, так и по направлению с угловой скоростью, наблюдаемой сидящим в машине пассажиром.[6]

[6] Несмотря на то, что наблюдатель на дороге сочтёт точку «мгновенного» контакта колеса с дорогой неподвижой, в то время когда в системе координат пассажира неподвижным оказывается центр колеса.

4.2 Относительно какой точки следует вычислять момент сил?

Известна теорема о покое твёрдого тела в инерциальной системе координат, согласно которой сумма внешних сил, действующих на такое тело, равна нулю, наряду с суммой моментов этих сил относительно фиксированной точки. Очевидным препятствием к пониманию этой теоремы является вышеуказанная интерпретация (свободным) вектором не только суммарной внешней силы, но и суммы моментов внешних сил, наряду с отсутствием явного указания точки, относительно которой вычисляется суммарный момент внешних сил. Разумеется, здесь следует доказать, что исчезающая сумма внешних сил позволит считать суммарный момент внешних сил (свободной) векторной величиной, в том смысле, что её вычисление не зависит от выбора точки приложения моментов сил.

5 Геометрия в задачах химии

5.1 Прямая и обратная задача о смешивании растворов

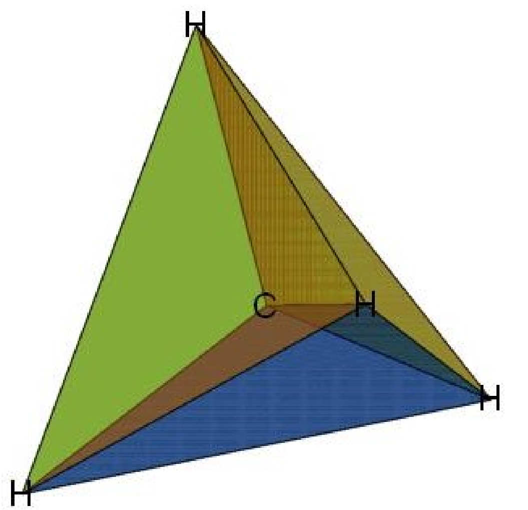
Широко распространённой задачей на выпускных школьных экзаменах по математике и по химии является задача о смешивании двух растворов с двумя заданными концентрациями соли. В постановке прямой задачи требуется вычислить итоговую концентрацию смеси, полученную из двух растворов с заданными массами. В обратной постановке требуется вычислить соотношение масс двух растворов соли, с заданными концентрациями, из которых получена смесь тоже заданной концентрации соли. Такую же прямую и обратную задачу можно сформулировать как задачу по физике о вычислении центра масс двух (исходных) точечных масс. Такая разнообразная интерпретация задачи, как задачи по химии или задачи по физике, способствует её освоению выявлением её сути как абстрактной задачи о разбиении симплекса. Задача о двух растворах естественным образом обобщается задачей о вычислении центра масс трёх заданных точечных масс, которую можно (и нужно) рассматривать как классическую задачу планиметрии, получившую название «теоремы Чевы». Одномерный симплекс, т.е. отрезок с двумя вершинами (соответствующими двум растворам), становится двумерным, т.е. треугольником, вершины которого соответствуют трём растворам, в каждом из которых заданы концентрации (масовые доли) двух растворённых веществ. Разумеется, что такое обобщение может быть продолжено и на трёхмерный симплекс (тетраэдр), и на более многомерные симплексы. Весьма поучительным станет выведение общей формулы разбиения симплекса с n вершинами на $n!$ симплексов, формула объёмов которых может быть получена $n!$ перестановками вершин исходного симплекса после вычисления объёма симплекса, вершины которого являются центрами масс нарастающего числа масс вершин исходного симплекса. Если обозначить массы n вершин симплекса, единичного объёма, $m_1, m_2, \ldots, m_n$, то объём V симплекса, k-я вершина которого находится в центре масс вершин, с массами $m_1, m_2, \ldots, m_k$, где k пробегает значения от единицы до n, составит

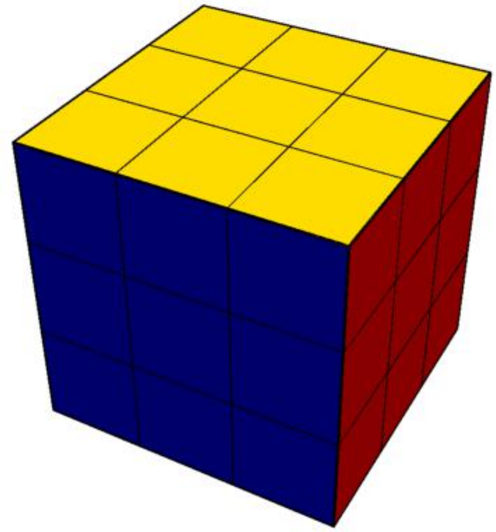
$$V(m_1, m_2, \cdots, m_n) = \frac{m_1 m_2 \cdots m_n}{m_1(m_1+m_2)\cdots(m_1+m_2+\cdots+m_n)}.$$

Примечательно, что $n!$ объёмов, полученных всевозможными перестановками n вершин, не зависят от расположения вершин исходного симплекса. В частности, чевианы разбивают треугольник на шесть треугольников, относительная площадь которых зависит лишь от конкретного деления сторон треугольника чевианами, но не зависит от конкретного расположения вершин исходного треугольника. Известным более частным случаем последнего является деление произвольного треугольника его тремя медианами на шесть одинаковых по площади треугольников.

5.2 Угол связи метана

В школьных учебниках по химии указывают «угол связи» молекулы метана CH_4 как 109,5 градусов, часто умалчивая, что такой угол моделируется углом H-C-H между двумя отрезками, исходящими из центра правильного тетраэдра к двум его вершинам, как показано на фиг. 2. В ортогональной системе координат вершины тетраэдра можно расположить в точках $(-1,1,1), (1,-1,1), (1,1,-1), (-1,-1,-1)$ и увидеть, что искомый угол вычисляется как $\arccos(-1/3)$.





6 Перестановки и кубик Рубика

Несмотря на всемирную популярность головоломки «магический кубик», впоследствии названной кубиком Рубика,[7] среди школьников любого возраста, «традиционная школьная алгебра» продолжает избегать элементарного изложения теории групп. Тем не менее фундаментальное понятие перестановки можно эффективно вводить в начальных классах. Наряду с введением (коммутативных) бинарных операций сложения и умножения чисел, мы можем ввести операцию композиции двух перестановок как фундаментальный пример некоммутативной бинарной операции. Так, на одном из докладов Четвёртой Открытой Конференции Юных Учёных (IV ОКЮУ) ученица второго класса поставила фундаментальный вопрос о двух способах вычисления перестановки, обратной произведению циклов (не обязательно независимых) [3].

Можно сосчитать, что число всевозможных позиций кубика Рубика после единичого вращения (одной из шести граней) - 18. Число всевозможных позиций кубика Рубика после двух вращений (двух граней): $216 + 27 = 243$. Число всевозможных позиций кубика Рубика после трёх вращений (двух или трёх граней): $2592 + 2 \cdot 324 = 3240$. Принципиально сложнее вычислить число всевозможных позиций кубика Рубика после четырёх вращений: $(31104 + 3 \cdot 3888 + 486 = 43254) - 15 = 43239$. Оказывается, что достижение любой из $2^{27} \cdot 3^{14} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 = 43252003274489856000$ всевозможных позиций кубика Рубика требует не более 20 вращений [4].

7 Фундаментальные конструкции математики

Мотивированный разбор задач неизбежно приводит учеников к фундаментальным математическим конструкциям и их естественным обобщениям.

7.1 Продолжение треугольника Паскаля

Треугольник Паскаля порождается (рекуррентной) формулой

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}, \tag{1}$$

с помощью которой можно последовательно вычислять значения «биноминальных коэффициентов», соответствующих всем натуральным числам n и k, при «исходном» значении биномиальных коэффи-

[7] Головоломка приобрела такое название в честь своего создателя. Эрнё Рубик запатентовал её 30 января 1975 г.

циентов, соответствующих «уровню» $n=0$:

$$\binom{0}{k}=\begin{cases}1, \text{ если } k=0\\ 0, \text{ если } k\neq 0\end{cases}, \quad \binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}. \tag{2}$$

Вышеуказанная рекуррентная формула (1) может быть продолжена и для отрицательных значений n и k. С таким продолжением возникает естественный «обратный» вопрос. Следует ли из явной формулы «биноминальных коэффициентов» (2) вышеуказанная рекуррентная формула (1). Верный ответ – «нет» – может показаться парадоксальным, однако для случая $n=k=0$ рекуррентная формула неверна:

$$\binom{0}{0}=1\neq 1+1=\binom{-1}{0}+\binom{-1}{-1}.$$

Здесь уместно подчеркнуть, что числа сочетаний не следует вводить формально. Важно отличать «первичное» определение, в котором фигурирует число способов выбрать «k из n», от «вторичного», в котором фигурирует формула вычисления такого числа. При методологически верном подходе рекуррентная формула становится «мотивированной и интуитивно понятной». Также следует давать «концептуально-интуитивные» определения $n!$ и x^y как число всевозможных упорядочений n-элементного множества и числа отображений (функций) из множества с мощностью y в множество с мощностью x, соответственно. При таком подходе тождества $0!=1$ и $0^0=1$ перестанут быть чуждыми общеобразовательной школе.[8]

«Школьная» математика продолжает существенно отставать не только от математики прошлого тысячелетия, но и порой от античной математики. Некоторые давно опровергнутые догмы продолжают «свирепствовать» в школе. Конструкция сферы Римана с одноточечной компактификацией плоскости отстаётся чуждой общеобразовательной школе, которая повсеместно продолжает и в наши дни «запрещать» деление на ноль, вследствие чего дробно-линейные преобразования не могут быть рассмотрены как взаимно однозначные отображения сферы (Римана) в себя.[9] Общеобразовательная школа обходит стороной фундаментальную теорему алгебры, согласно которой любой непостоянный многочлен (над полем комплексных чисел) обязан иметь корень, и продолжает требовать соглашательства ученика с формулировкой об «отсутствии корней» у многочлена x^2+1, будто его корни «действительно» не существуют и мнимая единица не заслуживает «серьёзного» рассмотрения, в буквальном смысле воспринимая прилагательное «мнимая»!

7.2 Бинарные операции, порождающие «большие числа»

Если ввести рекурсивное определение «гипероператора»

$$f(x,y,1):=x+y,$$

$$f(x,2,n+1)=f(x,x,n),\ f(x,y+1,n+1)=f(x,f(x,y,n+1),n),$$

где x,y,n – натуральные числа, и соответствующее определение бинарной операции – $[n]$ – такое, что $x[n]y:=f(x,y,n)$, тогда операция сложения становится «исходной» бинарной операцией [1], а бинарная операция [2] становится операцией умножения. Уже следующая операция [3], которая известна как операция возведения в степень, перестаёт быть коммутативной и ассоциативной, как и все последующие бинарные операции. В общеобразовательной школе изучают обе функции, обратные к функции возведения в степень. Эти обратные функции именуются извлечением корня (соответствующей степени) и логарифмированием (по соответствующему основанию). Таким образом мы можем обобщить подобные обратные функции и назвать их, соответственно, извлечением суперкорня и суперлогарифмированием. Следует убедиться в том, что $2[n]2=4$ для любого натурального числа n и

$$2[1]3=5,\ 2[2]3=6,\ 2[3]3=8,\ 2[4]3=16,\ 2[5]3=65536,$$

$$3[1]2=5,\ 3[2]2=6,\ 3[3]2=9,\ 3[4]2=27,\ 3[5]2=7625597484987.$$

[8] Здесь можно также подчеркнуть, что задача о подсчёте числа подмножеств множества мощности n становится эквивалентной задаче по «осмыслению» степени двойки 2^n.

[9] В частности, дробно-линейные преобразования с вещественными коэффициентами могли бы быть (при методологически верном подходе, «позволяющем» деление на ноль) рассмотрены как взаимно-однозначные отображения окружности (являющейся одноточечной компактификацией вещественной прямой) в себя.

На этом наши примеры цепочек бинарных операций над натуральными числами исчерпываются! Десятичная запись чисел $2[6]3$ и $3[6]2 = 3[5]3$ не представляется возможной, но эти числа можно выразить в виде «степенной башни» двоек и троек

$$2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{2}}}}},\ 3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{3}}}}},$$

в которой, соответственно, 65536 и 7625597484987 «этажей»! Для того, чтобы «излечить» любые наивные попытки явной записи «подобных» чисел, достаточно предложить ученикам вычислить порядок числа цифр в десятичной записи степенной башни, состоящей (всего лишь) из четырёх троек: $3[4]4$.[10] Следует отметить, что число, которое фигурирует на самой первой ступени (64-х ступенчатой) конструкции числа Грама, есть число $3[6]3$, которое можно выразить как степенную башню троек, число этажей которой $3[5](3[5]3 - 1)$.

8 «Повседневные и актуальные» задачи

Нет ни малейшей необходимости предлагать ученикам надуманные задачи, так как многие повседневные, порой волнующие, события вполне могут стать интересным источником корректно поставленной (и при этом актуальной) задачи.

8.1 Точность бинарного теста

Весьма часто звучит новость о том, что некий бинарный тест не выявляет всех заболевших, или новость о том, что иной бинарный тест нередко бывает ложноположительным. Весьма распространённые ошибочные суждения «специалистов» легко выявляются на основе базовых определений всего лишь двух понятий: «специфичности» и «чувствительности» бинарного теста. Первое (специфичность) есть вероятность того, что результат теста при отсутствии болезни у тестируемого окажется отрицательным; второе (чувствительность) есть вероятность того, что результат теста при наличии болезни у тестируемого окажется положительным. Ежели обозначить инцидентность болезни r,[11] а чувствительность и специфичность теста p и q, соответственно, то можно вычислить долю «истинно» больных среди положительно тестируемых по формуле: $p\,r/(p\,r + (1-q)(1-r))$. Доля ложноположительных среди всех положительно тестируемых составит: $(1-q)(1-r)/(p\,r+(1-q)(1-r))$. Можно вычислить и вероятность точности теста в случае его отрицательности: $q(1-r)/((1-p)r + q(1-r))$.

8.2 Минимальное расстояние между параметризованными и непараметризованными прямыми

Продолжая аварийный спуск после повторной команды диспетчера и дезинформированный (тем же диспетчером) о приближении грузового самолёта справа, вопреки прозвучавшему тревожному сигналу по набору высоты, исходящему от бортовой системы предотвращения столкновений, экипаж пассажирского самолёта Ту-154 неожиданно и уже слишком поздно (за три секунды до столкновения) увидел катастрофическое приближение Boeing 757-200PF (который снижался по сигналу своей бортовой системы предотвращения столкновений) слева от своего курса. 1 июля 2002 года в 21:35:32 (по Гринвичу) рейсы BTC 2937 и DHX 611 столкнулись «под прямым углом» на высоте 10634 метра (над Боденским озером). Погибли все: 52 ребёнка и 19 взрослых.

Поучительна задача о минимальном расстоянии между самолётами, летящими с постоянной скоростью по прямым, если известны три расстояния между ними d_1, d_2, d_3 в три (последовательных) момента времени t_1, t_2, t_3. Расстояние между самолётами можно вычислить как функцию времени t, по формуле:

$$d(t)^2 = a\,(t-t_0)^2 + d_0^2 = a\,t^2 + b\,t + c =$$

$$= \frac{d_1^2\,(t-t_2)\,(t-t_3)\,(t_3-t_2) + d_2^2\,(t-t_3)\,(t-t_1)\,(t_1-t_3) + d_3^2\,(t-t_1)\,(t-t_2)\,(t_2-t_1)}{(t_1-t_2)\,(t_2-t_3)\,(t_3-t_1)} =$$

[10] Число цифр десятичной записи числа $3[4]4$ превосходит три триллиона. В точности, число цифр равно 3638334640025.
[11] Инцидентность, по определению, означает вероятность наличия болезни в «общей популяции».

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ t_1 & t_2 & t_3 \\ d_1^2 & d_2^2 & d_3^2 \end{vmatrix} t^2 + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ d_1^2 & d_2^2 & d_3^2 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \end{vmatrix} t + \begin{vmatrix} d_1^2 & d_2^2 & d_3^2 \\ t_1 & t_2 & t_3 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ t_1 & t_2 & t_3 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \end{vmatrix}},$$

$$t_0 = -\frac{b}{2\,a},\ d_0^2 = d(t_0)^2 = c - \frac{b^2}{4\,a},$$

из которой следует, что минимальное расстояние между самолётами совпадает с d_0. Однако теперь следует пояснить, что расстояние между двумя (непараметризованными) прямыми траекториями полёта остаётся неопределённым![12]

9 Работа по выявлению и устранению распространённых, кочующих из учебника в учебник, ошибок

В отличие от обучения иным «неточным» дисциплинам, систематическое выявление и устранение ошибок является едва ли не центральным фокусом в процессе преподавания физики и математики. Ошибки возникают неизбежно и должны быть тщательно выявлены и подчёркнуты, а затем детально обсуждены и исправлены. Порой некоторые ошибки становятся настолько распространёнными, что закономерно (и даже устойчиво) появляются в электронных и печатных текстах регулярно переиздаваемых учебников. Методическое и последовательное устранение таких ошибок требует высокой квалификации по преодолению всех «уровней непонимания», включая уровень составителей и рецензентов школьных учебников. Разумеется, распространённость ошибки в учебной литературе не может служить предлогом для её оправдания, особенно в «точных» дисциплинах, зато (с другой стороны) должна стать сигналом к тщательному изучению всевозможных причин её возникновения. Таким образом, работа над такими ошибками оказывается весьма поучительной. Приведём конкретные примеры по работе над распространёнными ошибками, важность которой лишь возрастает в ответ на пренебрежение ими.[13]

9.1 Времена года

Во многих школьных атласах географии и астрономии указывается, что с наступлением лета в северном полушарии Земли наступает зима в южном полушарии. Однако наступление лета или зимы является астрономическим событием,[14] не зависящим от местонахождения его наблюдателя на Земле или за её пределами в космическом пространстве. В частности, момент летнего солнцестояния наступает в «разгар» полярного дня на северном полюсе Земли, а момент зимнего солнцестояния – в «разгар» полярного дня на южном.

9.2 Определение веса

В современных школьных учебниках физики мы излишне часто встречаем такие определения: «вес тела – сила, с которой это тело действует на горизонтальную опору или растягивает подвес», «весом тела называют силу, с которой это тело действует на подвес или опору, находясь относительно подвеса или опоры в неподвижном состоянии», «вес тела – сила, с которой предмет воздействует на опору». Далее «уточняется» [5], что «сила тяжести – сила, которая возникает в результате взаимодействия с Землей. Вес – результат взаимодействия с опорой. Сила тяжести приложена в центре тяжести предмета, вес же – сила, которая приложена на опору (не на предмет)! Формулы определения веса нет.»[15]

[12] Очевидно, что расстояние между прямыми траекториями ограничено сверху тем же только что вычисленным минимальным расстоянием d_0 между двумя самолётами.

[13] Тем самым некоторые ошибки становятся «маркерами» соответствующего «научного уровня» в том смысле, что их преодоление требует перехода на «следующий уровень».

[14] Чёткое определение времён года основывается на геометрической концепции о периодическом изменении угла между орбитальной осью вращения Земли вокруг Солнца и собственной осью вращения Земли. Другие «определения» времён года определениями в строгом смысле не являются.

[15] Именно подобные невежественные и «смелые» утверждения ныне кочуют из учебника в учебник.

Такие «определения» принципиально порочны не только потому, что они не согласуются с верным определением веса тела как произведения его массы на «гравитационное» ускорение [6], но и потому, что они неизбежно приводят к ошибочным «умозаключениям». Ярким проявлением возникшей путаницы стала ошибочная, но упрямая критика замечательной задачи о «тонне железа и тонне дерева», сформулированной Я.И. Перельманом [7]. Задача обсуждалась на многих интернет-сайтах, таких как [8], на которых формировалось «единодушное опровержение» предложенного автором задачи (верного) решения. В рамках вышеуказанного порочного определения воздух становится невесомым, а атмосферное давление перестаёт быть весом воздуха, заполняющего «высокий» цилиндр с единичной площадью его основания. Один из московских школьников, успешно и регулярно участвующий в олимпиадах по математике и физике, всячески «обосновывал рассуждение» о том, что «самолёт становится невесомым» в момент его отрыва от взлётной полосы.[16]

9.3 Определение ромба

В общеобразовательных школах становится «принятым» давать определение ромбу как равностороннему параллелограму, нарушая фундаментальное требование лаконичности (и неизбыточности) базовых геометрических (или иных) определений. Однако лишь при исходном определении ромба как равностороннего четырёхугольника становится требующей доказательства теоремой то, что ромб непременно оказывается параллелограммом. Очевидно, что при заведомо данном определении ромбу как особому случаю параллелограмма, ученики лишаются возможности размышления над вопросом о том, что ромб является параллелограмом. Такой вывод должен стать следствием корректного неизбыточного определения, а не становиться частью избыточного (и следовательно, порочного) определения. Тем самым вышеуказанное избыточное и распространённое определение ромба следует выявлять и исправлять в школьных учебниках по геометрии.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-29-14141.

Список литературы

[1] Ленин В. И. Материализм и эмпириокритицизм. Критические заметки об одной реакционной философии. Москва: Политиздат, 1984.

[2] Мерзляков Ю.И. «Право на память». Еженедельная газета Президиума СО АН СССР «Наука в Сибири» № 7 от 17 февраля 1983 г.

[3] Выступление ученицы второго класса У.С. Адлай. Видеоматериалы IV Открытой Конференции Юных Учёных, 28-29 марта, 2020 г. Доступ по ссылке https://youtu.be/81O43NmgECM?list=PL8StSu9qOYd7ZR8VqOUSqAi9Tt5aqQ_0U.

[4] Rokicki T. Kociemba H. Davidson M. Dethridge J. The diameter of the Rubik's cube group is twenty // Siam J. Discrete Math. Vol. 27, no. 2б 2013: 1082–1105.

[5] KP-TTS. Вес тела. Доступ по ссылке https://kp-tts.ru/sily-v-prirode-fizika-konspekt-shkolnaya-enciklopediya-sily-v.html

[6] ISO 80000-4: 2019, Quantities and units – Part 4: Mechanics. Available at https://www.iso.org/standard/64975.html.

[7] Перельман Я. И. Занимательная физика. Изд-во П.П. Сойкина (Санкт-Петербург), 1913.

[8] Петров В. Ошибка Перельмана или «что тяжелее – тонна дерева или тонна железа?» «Живой журнал» – блог-платформа для ведения онлайн-дневников. Доступ по ссылке https://masterok.livejournal.com/1520631.html.

[16]Не удивительно, что этот же ученик нисколько не сомневался в том, что Перельман «неверно» решил свою задачу. А когда, после многонедельного спора, был вынужден признать, что ошибся он, а не Перельман, то это стало столь «трагично», что наряду с прекращением обсуждения этой задачи, он «перестал интересоваться физикой»!